

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА
И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ
ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Алтайский филиал
Кафедра экономики и финансов

УТВЕРЖДЕНА
решением заседания кафедры
экономики и финансов
Протокол № 11
от «12» марта 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.01 Дифференциальные и разностные уравнения

по направлению подготовки: 38.03.01 Экономика

профиль: Финансы и кредит

квалификация: бакалавр

форма обучения: очная/заочная

Год набора – 2020

Барнаул, 2020 г.

Автор–составитель:

старший преподаватель кафедры «Фондовые рынки и финансовый инжиниринг»
Чабан А.Н.

(ученая степень и(или) ученое звание, должность) (наименование кафедры) (Ф.И.О.)

Заведующий кафедрой

«Фондовые рынки и финансовый инжиниринг» д.э.н. Корищенко К.Н.

(наименование кафедры) (ученая степень и(или) ученое звание) (Ф.И.О.)

Содержание

| | |
|---|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы..... | 4 |
| 2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО..... | 4 |
| 3. Содержание и структура дисциплины..... | 5 |
| 4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине..... | 8 |
| 5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины..... | 18 |
| 6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине..... | 19 |
| 6.1. Основная литература..... | 19 |
| 6.2. Дополнительная литература..... | 20 |
| 6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы..... | 20 |
| 6.4. Нормативные правовые документы..... | 20 |
| 6.5. Интернет-ресурсы..... | 20 |
| 6.6. Иные источники..... | 20 |
| 7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы..... | 21 |

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1. Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Очная форма обучения

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|---|--------------------------------|--|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

Заочная форма обучения

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|-----------------|---|--------------------------------|--|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

1.2. Использование трудовых функций обязательно только для профессиональных компетенций, установленных самостоятельно.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» составляет 2 зачетные единицы, т.е. 72 академических часа.

На контактную работу с преподавателем выделено 32 часа, из них 16 часов лекций и 16 часов практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 36 часов для очной ф/о; на контактную работу с преподавателем выделено 8 часов, из них 4 часа лекций и 4 часа практических занятий, на самостоятельную работу обучающихся выделено 60 часов для заочной ф/о.

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» изучается на 1 курсе, во 2 семестре для студентов очной и заочной ф/о.

Освоение дисциплины Б1.В.01 «Дифференциальные и разностные уравнения» опирается на минимально необходимый объем теоретических знаний, полученных в ходе

изучения дисциплин Б1.Б.04 «Математический анализ», Б1.Б.05 «Алгебра», а также на приобретенные ранее умения и навыки в области базового курса, полученных в средних образовательных учреждениях.

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом зачет.

3. Содержание и структура дисциплины

Очная форма обучения

| № п/п | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины, ак. час./ час. | | | | | СР | Форма текущего контроля успева- емости**, промежуточной аттестации*** |
|--------------------------|---|----------------------------------|--|----|----|-----|----|--|
| | | Всего | Контактная работа обу- чающихся с препода- вателем по видам учебных занятий | | | | | |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | 2 | | 2 | | 4 | <i>К,Кол</i> |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 10 | 2 | | 2 | | 6 | <i>К,Кол</i> |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | | | <i>За</i> |
| Всего: | | 72 | 16 | | 16 | | 36 | |

Заочная форма обучения

| 8 | Наименование тем (разделов) | Объем дисциплины, ак. час./ час. | | | | | Форма текущего контроля успева- емости**, промежуточной аттестации*** | |
|--------------------------|---|----------------------------------|--|----|----|-----|--|-------|
| | | Всего | Контактная работа обу- чающихся с препода- вателем по видам учебных занятий | | | | | СР |
| | | | Л | ЛР | ПЗ | КСР | | |
| Тема 1 | Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | 8 | 2 | | - | | 6 | К,Кол |
| Тема 2 | Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | 10 | 2 | | - | | 8 | К,Кол |
| Тема 3 | Системы линейных дифференциальных уравнений. | 10 | - | | 2 | | 8 | К,Кол |
| Тема 4 | Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | 10 | - | | 2 | | 8 | К,Кол |
| Тема 5 | Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | 8 | - | | - | | 8 | К,Кол |
| Тема 6 | Линейные разностные уравнения второго порядка. | 8 | - | | - | | 8 | К,Кол |
| Тема 7 | Системы линейных разностных уравнений. | 8 | - | | - | | 8 | К,Кол |
| Тема 8 | Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | 6 | - | | - | | 6 | К,Кол |
| Промежуточная аттестация | | 4 | | | | | | За |
| Всего: | | 72 | 4 | | 4 | | 60 | |

** – формы текущего контроля успеваемости: контрольная работа (К), коллоквиум (Кол).

*** - формы промежуточной аттестации: зачет (За).

Содержание дисциплины

Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка.

Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме). Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах). Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли.

Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.

Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений). Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений.

Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.

Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка.

Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой). Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка.

Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного

уравнения с постоянными коэффициентами.

Тема 7. Системы линейных разностных уравнений.

Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия). Решение подстановкой. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение). Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений.

Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Текущий контроль успеваемости

4.1.1. Формы текущего контроля успеваемости

| Тема (раздел) | Методы текущего контроля успеваемости |
|---|--|
| Тема 1. Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 3. Системы линейных дифференциальных уравнений. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 4. Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений. | Контрольная работа №1 Коллоквиум №1 |
| Тема 5. Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 6. Линейные разностные уравнения второго порядка. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 7. Системы линейных разностных уравнений. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |
| Тема 8. Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений. | Контрольная работа №2 Коллоквиум №2 |

4.1.2. Материалы текущего контроля успеваемости

Типовые оценочные материалы по теме 1 «Экономико-математические модели, описываемые дифференциальными уравнениями. Дифференциальные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

2. Найти общее решение: $\frac{x^2 + y^2}{xy} = y'$

3. Найти общее решение: $(4x^3 + 6xy^2)dx + (6x^2y + e^y)dy = 0$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
2. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
3. Линейное уравнение первого порядка. Метод вариации постоянной. Уравнение Бернулли..

Типовые оценочные материалы по теме 2 «Линейные дифференциальные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти общее решение: $y''' + 5y'' + 4y' = 0$
2. Найти общее решение: $y'' - 2y' = 2x - 8$
3. Найти общее решение: $y'' + 4y' + 5y = 40 \cos 3x$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме). Методы понижения порядка дифференциальных уравнений. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.

Типовые оценочные материалы по теме 3 «Системы линейных дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Методом исключения найти общее решение системы ($y = y(x), z = z(x)$):

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

2. Найти общее решение системы:
$$\begin{cases} \dot{x} = x - y + z, \\ \dot{y} = x + y - z, \\ \dot{z} = 2x - y. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).

2. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

3. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Вариация постоянных. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..

Типовые оценочные материалы по теме 4 «Количественный и качественный анализ стационарных систем дифференциальных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Найти положения равновесия и исследовать их на устойчивость:
$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = -x^3 \end{cases}$$

2. Определить тип особой точки и нарисовать траекторию на плоскости (x, y):

$$\begin{cases} \dot{x} = y + x - 4 \\ \dot{y} = 3y - x \end{cases}$$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение:

$$\begin{cases} \dot{x} = e^{x+2y} - \cos 3x \\ \dot{y} = \sqrt{4+8x} - 2e^y \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №1

1. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы). Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.

2. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.

3. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению..

Типовые оценочные материалы по теме 5 «Экономико-математические модели, описываемые разностными уравнениями. Разностные уравнения первого порядка»

Варианты заданий контрольной работы №1

1. Решить разностное линейное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) = \frac{k+2}{k+1} y(k) + \frac{2}{k+3}$$

2. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).

2. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).

Типовые оценочные материалы по теме 6 «Линейные разностные уравнения второго порядка»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейное однородное разностное стационарное уравнение второго порядка:

$$y(k+2) + y(k+1) - 2y(k) = 0$$

2. Решить линейное неоднородное разностное стационарное уравнение

второго порядка: $y(k+2) - y(k) = \cos k$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.

3. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.

Типовые оценочные материалы по теме 7 «Системы линейных разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Решить линейную однородную стационарную систему разностных уравнений второго порядка:
$$\begin{cases} x(k+1) = -6x(k) + 8y(k), \\ y(k+1) = -4x(k) + 6y(k). \end{cases}$$

2. Решить линейную неоднородную стационарную систему разностных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = -2x(k) - y(k) + 7k - 1, \\ y(k+1) = -4x(k) - 5y(k) + 2. \end{cases}$$



3. Найти решение разностной задачи Коши:
$$\begin{cases} x(k+1) = 3x(k) + y(k) + 2k + 2, \\ y(k+1) = 2x(k) + 4y(k) + 2k + 1, \\ x(0) = y(0) = 0. \end{cases}$$

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
2. Решение подстановкой.
3. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
4. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения..

Типовые оценочные материалы по теме 8 «Количественный и качественный анализ стационарных систем разностных уравнений»

Варианты заданий контрольной работы №2

1. Исследовать устойчивость положений равновесия нелинейных систем разностных уравнений: 
2. Исследовать ограниченность решений системы разностных уравнений: 

Вопросы к коллоквиуму №2

1. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.
2. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

4.2. Промежуточная аттестация

4.2.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Очная форма обучения

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|------------------------|---|---------------------------------------|--|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|---|---|---|
| ПКр ОС II – 1.1 Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов | Способен применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения. | Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений |

Заочная форма обучения

| Код компетенции | Наименование компетенции | Код этапа освоения компетенции | Наименование этапа освоения компетенции |
|------------------------|---|---------------------------------------|--|
| ПКр ОС II – 1 | Способность использовать методы решений дифференциальных уравнений для решения прикладных задач | ПКр ОС II – 1.1 | Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов |

| Этап освоения компетенции | Показатель оценивания | Критерий оценивания |
|---|---|---|
| ПКр ОС II – 1.1 Способность использовать дифференциальные уравнения в целях описания экономических явлений и процессов | Способен применять дифференциальные уравнения как инструмент математического описания естественно-научной картины мира, классифицировать дифференциальные уравнения и выбирать методы их решения. | Классифицирует дифференциальные уравнения и применяет необходимые методы для их решения; способен построить и решить математические модели экономической природы посредством дифференциальных уравнений |

4.2.2. Форма и средства (методы) проведения промежуточной аттестации

Формой промежуточного контроля после изучения дисциплины является зачет в письменной форме.

Ответственным этапом учебного процесса является сдача промежуточная аттестация. Бесспорным фактором успешного завершения очередного семестра является кропотливая, систематическая работа студента в течение всего семестра. В этом случае подготовка к промежуточной аттестации будет являться концентрированной систематизацией всех полученных знаний по данной дисциплине.

В начале семестра рекомендуется по всем изучаемым предметам получить вопросы к промежуточной аттестации, а также использовать в процессе обучения программу, другие методические материалы, разработанные по данной дисциплине.

При подготовке к промежуточной аттестации конструктивным является коллективное обсуждение выносимых на экзамен вопросов с сокурсниками, что позволяет повысить степень систематизации и углубления знаний.

Перед последним семинаром по предмету следует составить список вопросов, требующих дополнительного разъяснения преподавателем на консультации перед промежуточной аттестацией.

4.2.3. Типовые оценочные средства

Список вопросов для подготовки к экзамену

1. Примеры математических моделей в экономике, описываемых дифференциальными уравнениями.
2. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
3. Уравнение первого порядка в дифференциалах и методы его решения (уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах).
4. Линейное уравнение первого порядка.
5. Метод вариации постоянной.
6. Уравнение Бернулли.
7. Общие понятия (решение уравнения, начальные значения для уравнения в нормальной форме).
8. Методы понижения порядка дифференциальных уравнений.
9. Понятие о дифференциальных уравнениях высшего порядка.

10. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
11. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
12. Методы нахождения частных решений неоднородного уравнения.
13. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, задание начальных значений).
14. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).
15. Структура общего решения линейной неоднородной системы.
16. Вариация постоянных.
17. Методы решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами..
18. Общие понятия и свойства (решение системы, фазовая траектория, положения равновесия, циклы).
19. Устойчивые и неустойчивые положения равновесия.
20. Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
21. Исследование нелинейных стационарных систем вблизи положений равновесия по линейному приближению.
22. Общие понятия для разностного уравнения первого порядка в нормальной форме (решение уравнения, начальные условия, задачи Коши, решение разностного уравнения подстановкой).
23. Линейное уравнение первого порядка (арифметическая и геометрическая прогрессии, частичные суммы и произведения, метод вариации постоянной).
24. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
25. Структура общего решения линейного неоднородного уравнения.
26. Методы нахождения частного решения линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами.
27. Общие понятия и свойства (матрица системы, решение системы, начальные условия).
28. Решение подстановкой.
29. Линейная однородная система (принцип суперпозиции и фундаментальная матрица решений, общее решение).

30. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

31. Структура общего решения линейной неоднородной системы. Частные решения.

32. Критерии устойчивости нулевого решения линейной однородной системы.

33. Элементы количественного и качественного анализа нелинейных стационарных систем разностных уравнений.

Примерные варианты экзаменационных билетов

Экзаменационный билет №1

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. Общие понятия для дифференциального уравнения первого порядка (решение уравнения, интегральная кривая, задача Коши для уравнения в нормальной форме).
2. Методы решения систем линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Найти частное решение, удовлетворяющее начальному условию: $y' = \frac{y-2}{x+3}, y(1) = 2$

4. Решить разностное линейное уравнение первого порядка: $y(k+1) = \frac{k+2}{k+1} y(k) + \frac{2}{k+3}$

Экзаменационный билет №2

по дисциплине «Дифференциальные и разностные уравнения»

1. . Анализ однородной системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами для случая двух неизвестных.
2. Принцип суперпозиции и алгоритм построения общего решения линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами.
3. Методом исключения найти общее решение системы $(y=y(x), z=z(x))$:

$$\begin{cases} y' = 1 + 4x - 2y - 4z, \\ z' = \frac{3}{2}x^2 - y + z. \end{cases}$$

4. Решить линейное разностное стационарное уравнение первого порядка:

$$y(k+1) + 2y(k) = 3k^2 + 2k - 2$$

Шкала оценивания

| Критерии оценивания | Оценка |
|---|----------|
| Демонстрирует знание материала, логически правильно излагает ответы на вопросы; имеет навык правильного выбора и использования методов оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений. | Зачет |
| Демонстрирует не знание большей части учебного материала, допускает грубые ошибки в определении понятий и при решении задач; не умеет выбирать и использовать методы оптимальных решений для разработки проектов на основе оценки ресурсов и ограничений. | Не зачет |

4.3. Методические материалы

Процедура проведения зачета

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине.

Во время аттестационных испытаний в аудитории может одновременно находиться экзаменуемая группа в полном составе.

При проведении письменного зачета билет выбирает сам экзаменуемый в случайном порядке.

Экзаменуемые могут пользоваться программой учебной дисциплины, а также с разрешения преподавателя калькуляторами.

При проведении письменного зачета экзаменуемым предлагается ответить на два теоретических вопроса и выполнить два практических задания в соответствии с пройденными темами.

Время написания работы составляет 90 мин. (по желанию экзаменуемого ответ может быть досрочным).

Изложение материала ведется в листе ответа, который затем (по окончании экзамена) сдается на проверку экзаменатору.

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания зачета и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний экзаменуемого экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на зачет.

Оценка результатов письменного аттестационного испытания объявляется экзаменуемым в день его проведения.

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания по выполнению контрольных работ:

Данный вид работы проверяет:

- 1) усвоение обучающимися полученных в ходе обучения умений и навыков;
- 2) способность выбрать инструментальные средства для обработки данных в соответствии с поставленной задачей;
- 3) умение проанализировать результаты расчетов и обосновать полученные выводы.

Примерно за 2-3 недели до проведения контрольной работы обучающемуся необходимо получить у преподавателя шаблон контрольной работы или примерный перечень практических заданий, входящих в контрольную работу, и после этого приступить к подготовке.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Методические указания по подготовке к коллоквиуму:

Коллоквиум – это собеседование преподавателя и учащегося по заранее определенным контрольным вопросам.

Особенность коллоквиума в том, что это не просто форма контроля, а метод углубления, закрепления знаний учащихся, так как в ходе собеседования преподаватель имеет возможность разъяснить вопросы, возникающие у учащегося в процессе подготовки.

Этот вид деятельности развивает навык осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.

На самостоятельную подготовку к коллоквиуму обучающемуся отводится 2-3 недели.

При подготовке к коллоквиуму следует:

- 1) просмотреть конспекты лекций и практических занятий и отметить в них имеющиеся ответы на вопросы коллоквиума.;
- 2) если конспекты содержат не все ответы или часть вопросов вынесено преподавателем на самостоятельное рассмотрение, необходимо изучить содержание учебной литературы, рекомендованной преподавателем;
- 3) в случае возникновения каких-либо затруднений при подготовке следует обратиться за помощью к преподавателю.

Самоподготовка к практическим занятиям

При подготовке к практическому занятию обучающемуся необходимо:

- 1) ознакомиться с соответствующей темой программы дисциплины;
- 2) осмыслить круг изучаемых вопросов и логику их рассмотрения;
- 3) тщательно изучить лекционный материал;
- 4) изучить рекомендованную литературу по данной теме;
- 5) ознакомиться с вопросами очередного практического занятия.

Важным аспектом самостоятельной подготовки студентов является работа с библиотечным фондом.

Эта работа предполагает различные варианты повышения профессионального уровня студентов в том числе:

- а) получение книг в научном абонементе;
- б) изучение книг, журналов, газет в читальном зале;
- в) возможность поиска необходимого материала посредством электронного каталога;
- г) получение необходимых сведений об источниках информации у сотрудников библиотеки.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература.

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 22-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-4874-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126716>
2. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обучающихся по экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман ; под редакцией Н. Ш. Кремер. — Москва : ЮНИТИ-ДАНА, 2015. — 481 с. — ISBN 978-5-238-00991-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/52071.html>
3. Романко, В.К. Разностные уравнения : учебное пособие / В.К. Романко. — 3-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 115 с. — ISBN 978-5-9963-2661-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70755>

6.2. Дополнительная литература.

1. А. Ф. Филиппов. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебник: допущено М-вом образования РФ для студентов, обуч. по физико-математическим направлениям и специальностям М.: КомКнига, 2007
2. А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям Ижевск: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", 2005

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

Не предусмотрено.

6.4. Нормативные правовые документы.

Не предусмотрено.

6.5. Интернет-ресурсы.

Не предусмотрено.

6.6. Иные источники.

1. Кудрявцев Л. Д. Краткий курс математического анализа, учебник, М. :ФИЗМАТЛИТ, 2002.
2. Красс М.С., Чупрынов Б.П. Основы математики и ее приложения в экономическом образовании: учебник. М.: Дело, 2010.
3. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. П.С. Геворкяна. М.: Экономика, 2011.
4. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие. Под ред. В.И. Ермакова. М.: ИНФРА-М, 2011.
5. Курс дифференциальных уравнений. Степанов В.В. «Наука».- М.-2004
6. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. А.Ф. Филиппов. URSS.-М.:200
7. Королев, А. В. Дифференциальные и разностные уравнения : учебник и практикум для академического бакалавриата / А. В. Королев. — Москва : Издательство Юрайт, 2018. — 280 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-9916-9896-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/413994>

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. www.biblio-online.ru –Электронно-библиотечная система [ЭБС] Юрайт.
2. <http://www.iprbookshop.ru> – Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Iprbooks»
3. <http://e.lanbook.com> - Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Лань».
4. <http://elibrary.ru/> - Научная электронная библиотека Elibrary.ru.
5. <https://new.znaniy.com> Электронно-библиотечная система [ЭБС] «Znaniy.com».
6. <https://dlib.eastview.com> – Информационный сервис «EastView».
7. <https://www.jstor.org> - Jstor. Полные тексты научных журналов и книг зарубежных издательств.
8. <https://elibrary.worldbank.org> - Электронная библиотека Всемирного Банка.
9. <https://link.springer.com> - Полнотекстовые политематические базы академических журналов и книг издательства Springer.
10. <https://ebookcentral.proquest.com> - Ebook Central. Полные тексты книг зарубежных научных издательств.
11. <https://www.oxfordhandbooks.com> - Доступ к полным текстам справочников Handbooks издательства Oxford по предметным областям: экономика и финансы, право, бизнес и управление.
12. <https://journals.sagepub.com> - Полнотекстовая база научных журналов академического издательства Sage.
13. Справочно-правовая система «Консультант».
14. Электронный периодический справочник «Гарант».

Программные, технические и электронные средства обучения и контроля знаний

Аудитории оснащены компьютером с выходом в интернет.

Программный продукт Microsoft Office.